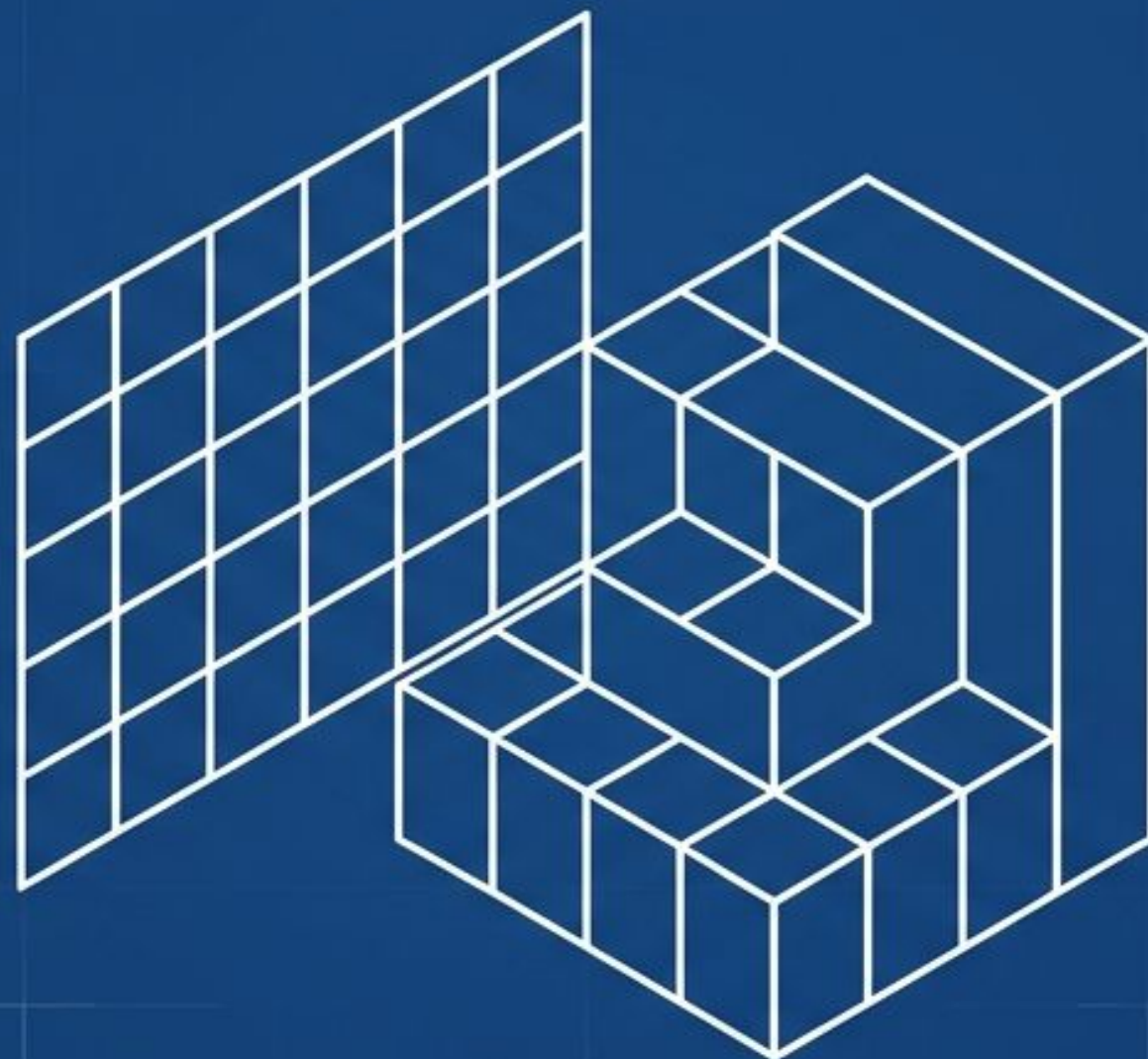


शिक्षक मार्गदर्शिका: हमारे स्कूल के सभागार की सजावट

5-दिवसीय प्रोजेक्ट-आधारित शिक्षा (PBL) प्लेबुक - कक्षा 8 गणित



अध्याय 5 (वर्ग और वर्गमूल) एवं
अध्याय 6 (घन और घनमूल)

प्रोजेक्ट की रूपरेखा: गणित को वास्तविक जीवन की समस्या से जोड़ना



मिशन (The Mission)

छात्र वर्गमूल और घनमूल का उपयोग करके विद्यालय के सभागार को सजाने की योजना बनाएंगे। दीवारों के लिए वर्ग (Squares) और मंच (Stage) के लिए घन (Cubes) का चयन।

शिक्षक के लिए मुख्य सुझाव: प्रत्येक दिन सामग्री की पूर्व-जांच करें और हमेशा मिश्रित एवं समावेशी (सभी स्तर और जेंडर) समूह बनाएं।

आवश्यक संसाधन (Resources)



कागज, पेंसिल, रूलर, डिवाइडर, प्रोटेक्टर, रंग, कार्डबोर्ड।

21वीं सदी के कौशल (21st Century Skills)



- आलोचनात्मक चिंतन (Critical Thinking) - योजना बनाना, आंकड़ों की व्याख्या।
- सहयोग एवं रचनात्मकता (Collaboration & Creativity)।
- संवाद (Communication) - बच्चों और शिक्षकों के बीच तर्क प्रस्तुत करना।

5-दिवसीय यात्रा: 2D क्षेत्रफल से 3D आयतन तक का सफर

पहला दिन: दीवार का निर्माण (2D)

परिपूर्ण वर्ग और संख्यात्मक पैटर्न की पहचान।

दूसरा दिन: टाइलों की गणना

अभाज्य गुणनखंड और लंबा विभाजन विधि द्वारा वर्गमूल निकालना।

तीसरा दिन: मंच का निर्माण (3D)

घन संख्याओं का अर्थ और 3D संरचनाओं को समझना।

चौथा दिन: सीढ़ियों की ऊंचाई

अभाज्य गुणनखंड विधि द्वारा घनमूल निकालना।



दूसरा दिन:

टाइलों की गणना

अभाज्य गुणनखंड और लंबा विभाजन विधि द्वारा वर्गमूल निकालना।

तीसरा दिन:

मंच का निर्माण (3D)

घन संख्याओं का अर्थ और 3D संरचनाओं को समझना।

चौथा दिन:

सीढ़ियों की ऊंचाई

अभाज्य गुणनखंड विधि द्वारा घनमूल निकालना।

पाँचवाँ दिन:

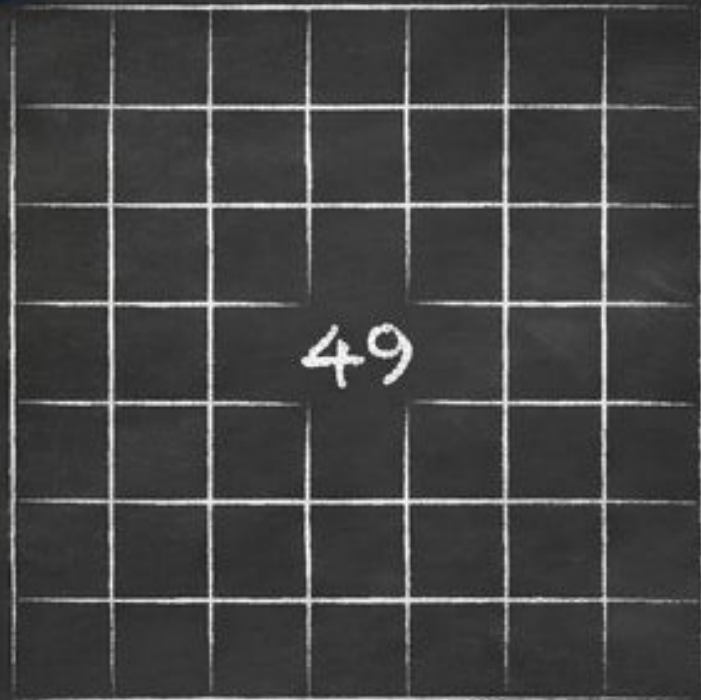
महा-प्रदर्शनी (Synthesis)

सजावट की पूरी योजना प्रस्तुत करना और मतदान करना।

पहला दिन: परिपूर्ण वर्ग की अवधारणा को दीवार की टाइलों से जोड़ना

Teacher Action

हमारे सभागार की एक प्रदर्शन दीवार बनेगी। हर टाइल 1 फुट × 1 फुट की है, इसलिए दीवार का क्षेत्रफल एक परिपूर्ण वर्ग होना चाहिए। यदि किसी दीवार में 49 टाइलें लगती हैं, तो एक तरफ में कितनी टाइलें होंगी? क्या आप लगातार वर्ग संख्याओं के बीच कोई पैटर्न देख पा रहे हैं?



$$1^2 = 1, 2^2 = 4, 3^2 = 9$$

Student Action

छात्र कार्य: वर्ग तालिका का विश्लेषण

1	$1^2 = 1$	17	$11^2 = 121$
2	$2^2 = 4$	18	$17^2 = 140$
3	$3^2 = 9$	19	$18^2 = 160$
4	$4^2 = 6$	20	$19^2 = 280$
5	$5^2 = 5$	21	$20^2 = 300$
6	$6^2 = 6$	22	$21^2 = 300$
7	$7^2 = 9$	23	$22^2 = 400$
8	$8^2 = 4$	24	$23^2 = 300$
9	$9^2 = 1$	25	$24^2 = 400$
10	$10^2 = 100$	26	$25^2 = 500$
11	$1^2 = 1$	27	$26^2 = 600$
12	$3^2 = 1$	28	$27^2 = 700$
13	$4^2 = 0$	29	$29^2 = 800$
14	$5^2 = 0$	30	$30^2 = 900$

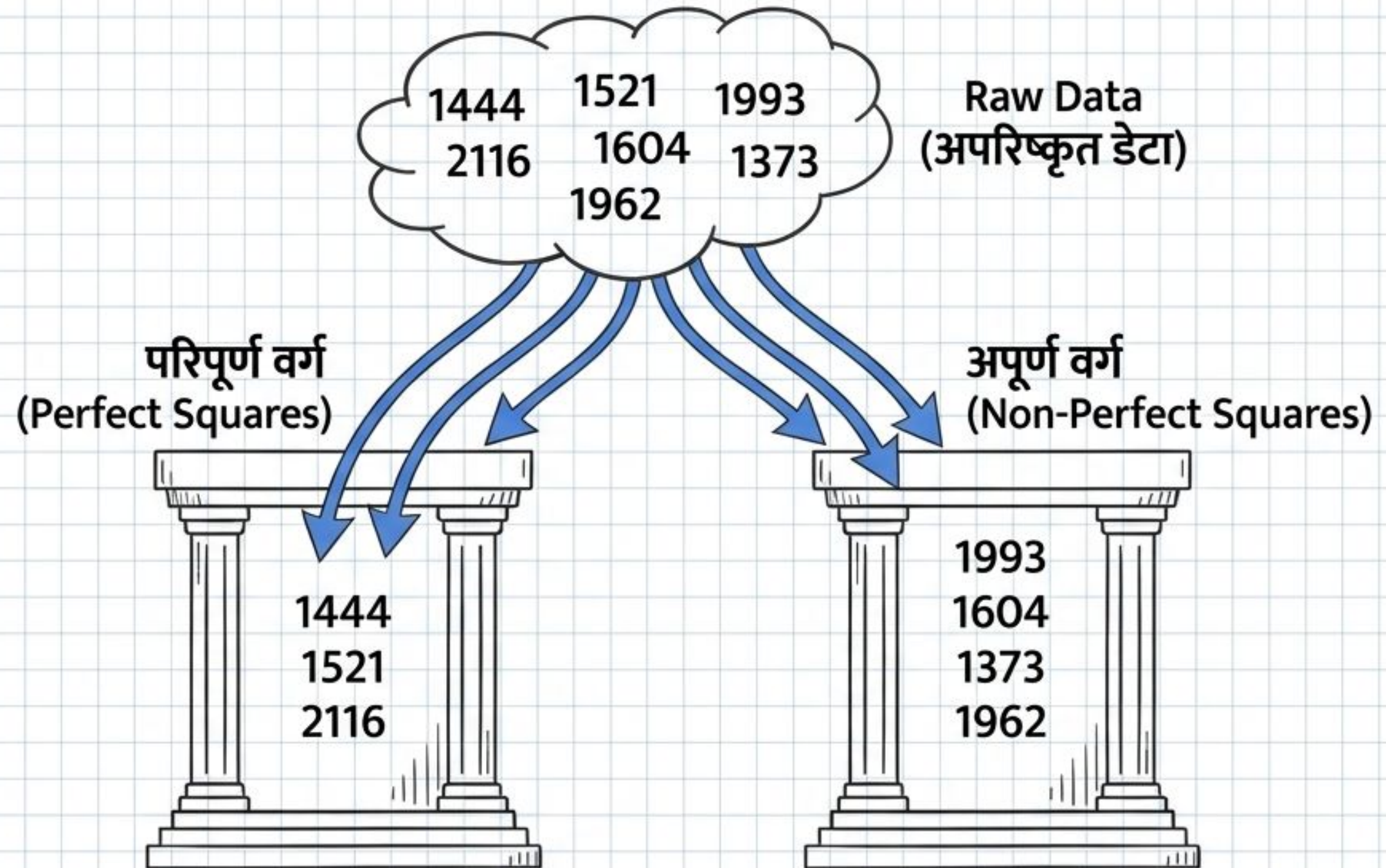
छात्र 1 से 30 तक के वर्गों की सूची बनाएंगे और उनके इकाई अंकों (Unit digits) के पैटर्न का विश्लेषण करेंगे।

पहला दिन (गतिविधि): पैटर्न के आधार पर संख्याओं का वर्गीकरण

Teacher Probes (शिक्षक प्रश्न)

आप कैसे जांच रहे हैं कि यह संख्या परिपूर्ण वर्ग है?

क्या आपकी कुछ संख्याओं का अंत ऐसे अंकों से हो रहा है, जो कभी भी परिपूर्ण वर्ग नहीं हो सकते?



शिक्षक ध्यान दें: जांचें कि क्या सभी समूहों ने 1993, 1373, 1962, 1728, 1507 को 'अपूर्ण वर्ग' में रखा है। अगर कोई तर्क से उत्तर निकाल रहा है, तो उसकी सराहना करें।

दूसरा दिन: वर्गमूल निकालने की दो विधियों की तुलना

अभाज्य गुणनखंड (Prime Factorization)

- [उपयोग]: छोटी या आसानी से कटने वाली संख्याओं के लिए।
- [कदम]: $1521 = 3 \times 3 \times 13 \times 13$
- [जोड़ी बनाना]: $\sqrt{1521} = 3 \times 13 = 39$

आपने देखा कि हर अभाज्य संख्या कितनी बार आई? हमें क्यों जोड़ी बनानी पड़ी?

लंबा विभाजन (Long Division)

- [उपयोग]: बड़ी संख्याओं के लिए बहुत उपयोगी और तेज़।
- [कदम]: दाईं ओर से अंकों की जोड़ी बनाएँ (15 | 21)।

हम भागफल को दुगना क्यों करते हैं? हम यह कैसे जाँचते हैं कि कौन-सा अंक फिट होगा?

दूसरा दिन (डीप-डाइव): लंबा विभाजन विधि का चरणबद्ध खाका

STEP 1

जोड़ी बनाएँ →
 $15 \mid 21$

STEP 2

पहला जोड़ा (15) लें। ऐसा सबसे बड़ा वर्ग खोजें जो 15 से छोटा या बराबर हो → $3^2 = 9$

STEP 3

घटाएँ: $15 - 9 = 6$.
अगली जोड़ी नीचे लाएँ → 621

STEP 4

भागफल को दुगना करें ($3 \rightarrow 6$).
इसे 6_ के रूप में लिखें।

STEP 5

ऐसा अंक 'x' खोजें कि $(6x) \times x \leq 621$

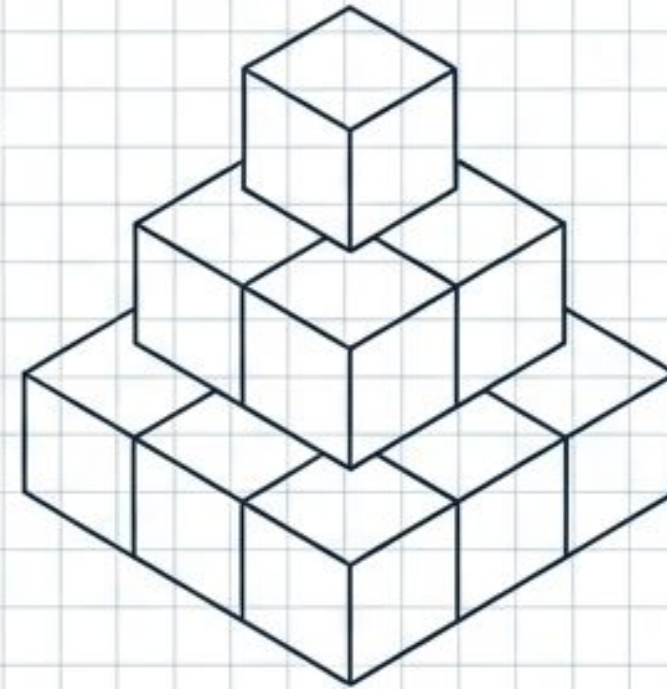
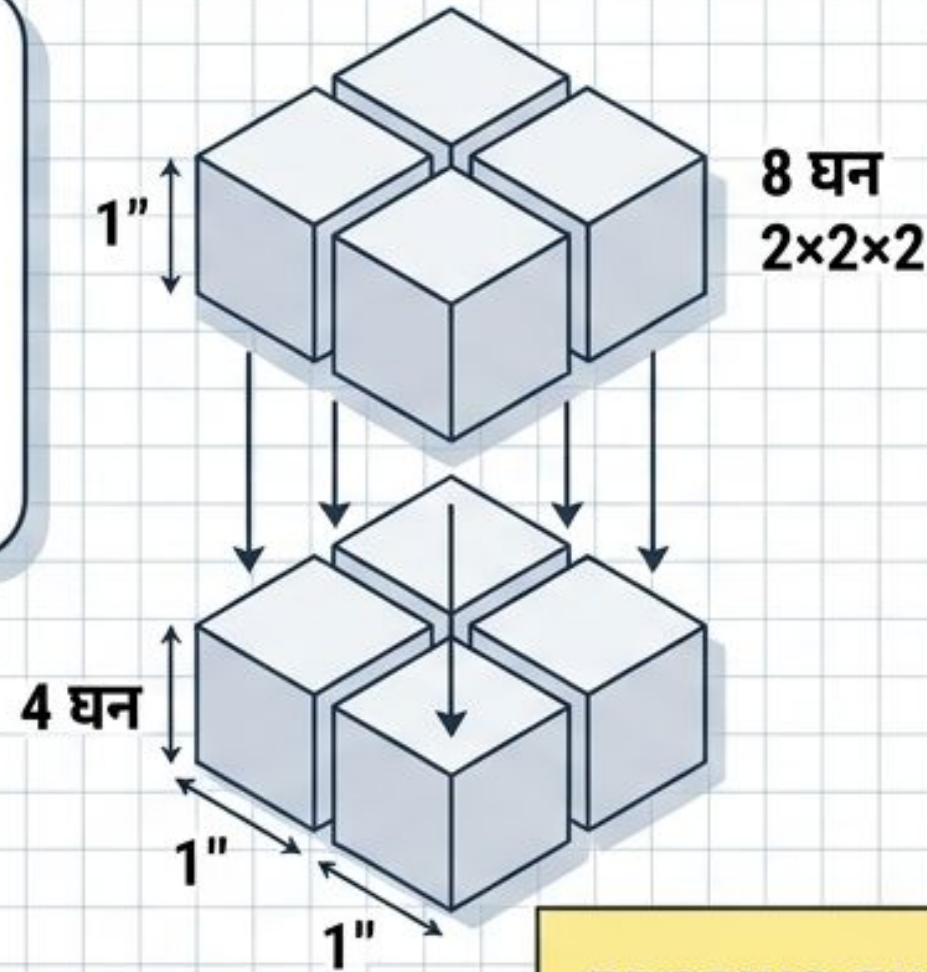
प्रयास: $63 \times 3 = 189$ (छोटा है)

प्रयास: $69 \times 9 = 621$ (सही है!)

TEACHER TIP: हर चरण धीरे-धीरे बोर्ड पर लिखें। बीच-बीच में रुककर छात्रों से पूछें कि वे किस चरण में अटक रहे हैं।

तीसरा दिन: 2D क्षेत्रफल से 3D त्रि-आयामी संरचनाओं की ओर

THE HOOK: आप हमारे सभागार की सजावट में मदद कर रहे हैं। आपको एक सीढ़ीनुमा ढाँचा बनाना है। हर हिस्सा एक घन है और वह छोटे 1-इंच घनों से बना है।



TEACHER BOARD WORK

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

- **दृश्य 1:** बोर्ड पर 2×2 का एक वर्ग बनाएँ (एक परत में 4 घन)।
- **दृश्य 2:** अगर हम एक और परत रखें, तो $4 + 4 = 8$ घन हो जाएँगे।

PROBING QUESTION:

अगर ऊँचाई 2 इंच है और यह भाग घन है, तो उसमें कितने 1-इंच घन लगेंगे? क्या 5 घन से घन बन सकता है?

तीसरा दिन: घन संख्याओं के पैटर्न को डीकोड करना

GAME SETUP

चलिए, एक मजेदार खेल खेलते हैं! मैं एक संख्या बताऊँगा, और आप उसका घन करने पर आने वाला अंतिम अंक बताने की कोशिश करेंगे।

संख्या (n)	घन (n^3)	इकाई अंक
1	1	1
2	8	8
3	27	7
4	64	4
5	125	5
6	216	6
7	343	3
8	512	2
9	729	9
10	1000	0

CHALLENGE QUESTIONS

- 3331 का घन किस अंक पर खत्म होगा?
(उत्तर: 1, क्योंकि $1^3=1$)
- 8888 का घन का अंतिम अंक क्या होगा?
(उत्तर: 2, क्योंकि $8^3 = 512 \rightarrow 2$)

INSIGHT

इस गतिविधि से छात्र बिना पूरी गुणा किए अंतिम अंक का सटीक अनुमान लगाना सीखते हैं।

चौथा दिन: अभाज्य गुणनखंड विधि द्वारा घनमूल (ऊँचाई) निकालना

THE CONTEXT

हमारे मॉडल के सबसे ऊपर वाले खंड का आयतन 8 घन था, तो ऊँचाई 2 इंच थी। अब हम बड़े नंबरों के लिए ऊँचाई निकालेंगे।

$$\begin{array}{c} \sqrt[3]{512} \\ \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\ 512 = \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{\text{Blue}} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{\text{Green}} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{\text{Red}} \\ \quad \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\ \quad \rightarrow (2^3) \times (2^3) \times (2^3) \\ \quad \quad \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\ \quad \rightarrow 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ इंच} \end{array}$$

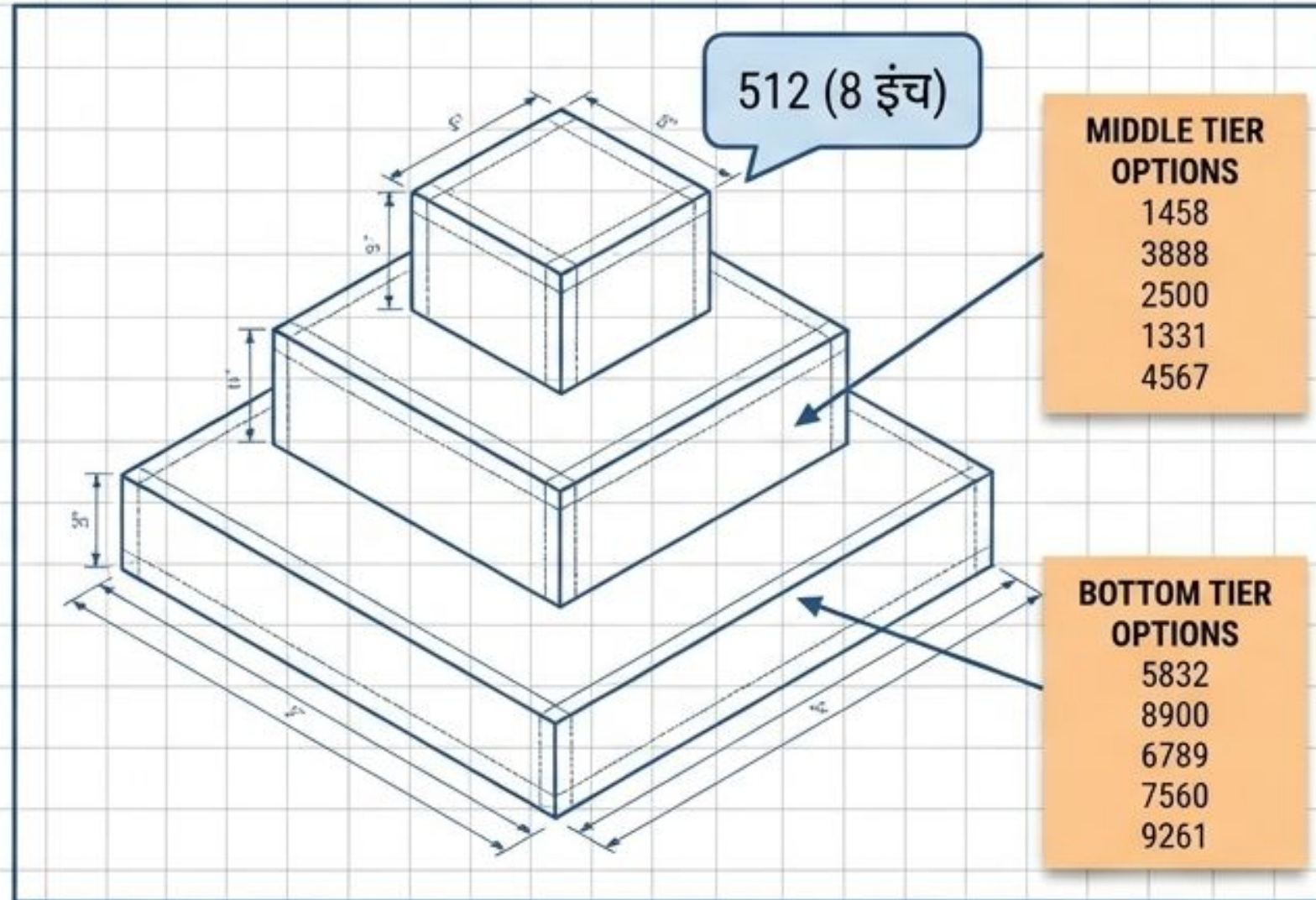
TEACHER ACTION

मॉडल करते समय छात्रों से हर 3 के समूह को चाक से गोल करने को कहें।
पूछें: 'हम 3-3 के समूह क्यों बना रहे हैं?'

चौथा दिन: टीम चुनौती – मध्य और आधार सीढ़ी का डिज़ाइन

THE MISSION

प्रत्येक समूह को संभावित संख्याओं की एक सूची दी जाएगी। उन्हें अभाज्य गुणनखण्डन द्वारा यह जाँचना है कि कौन-सी संख्या एक 'परफेक्ट घन' बनाएगी।



EXPECTED OUTCOMES

- मध्य सीढ़ी:
 $1331 = 11 \times 11 \times 11$
→ ऊँचाई 11 इंच।
- आधार सीढ़ी:
 $9261 = 21 \times 21 \times 21$
→ ऊँचाई 21 इंच।

FACILITATION PROMPTS

क्या आपने गुणनखण्ड 3-3 के समूह बना रहे थे? क्या आपने उत्तर की पुष्टि के लिए घनमूल को वापस गुणा किया?

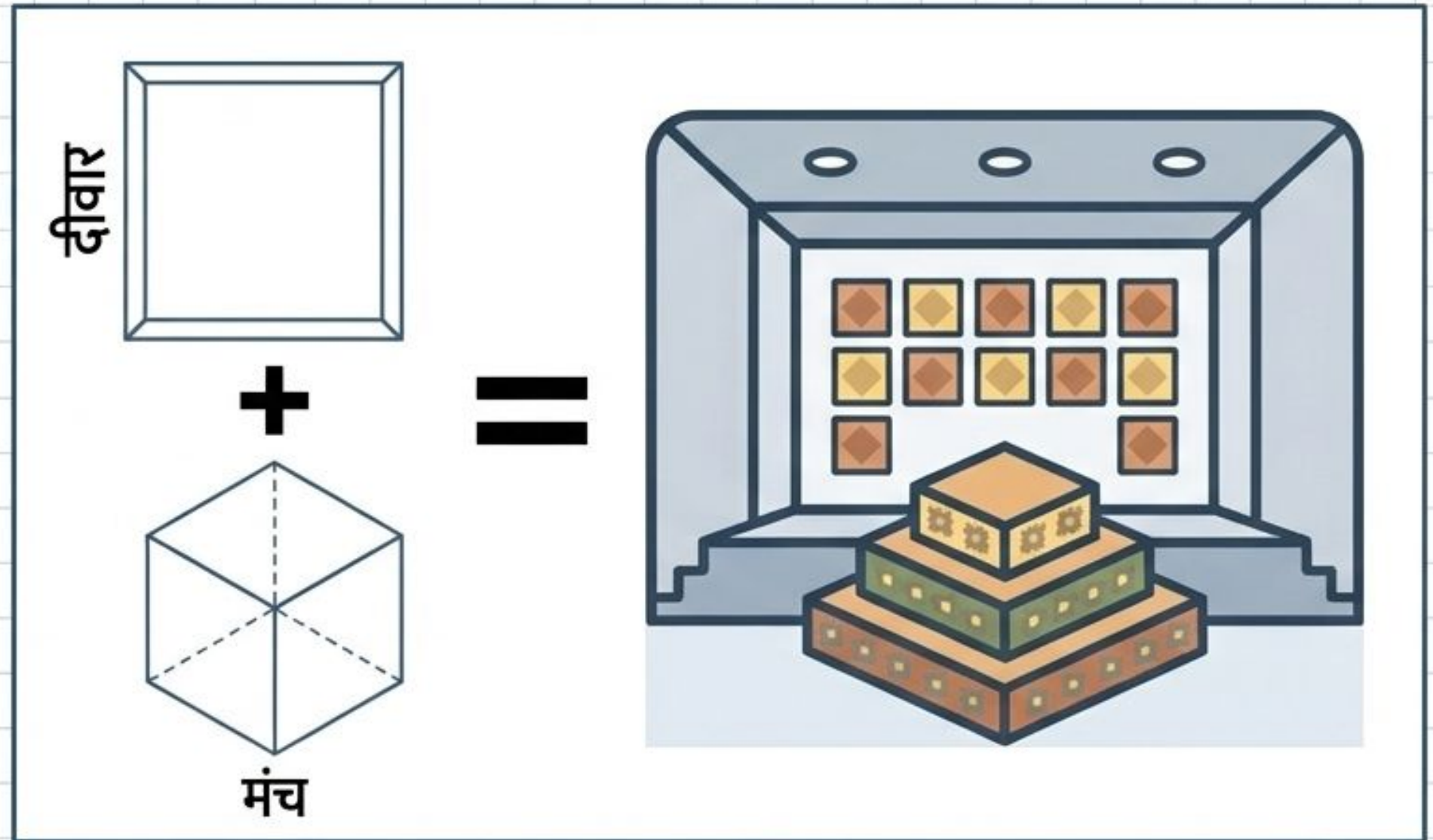
पाँचवाँ दिन: महा-प्रदर्शनी और डिज़ाइन का चयन

THE EVENT

हर समूह अपनी पूरी सजावट योजना (दीवार की टाइलें और मंच की सीढ़ियाँ) प्रस्तुत करेगा।

PRESENTATION CHECKLIST

- ✓ वर्गमूल की गणना (किसी भी विधि से - टाइलों के लिए)।
- ✓ घनमूल की गणना (अभाज्य गुणनखंड से - मंच के लिए)।
- ✓ उन्हें क्या कठिन लगा और कैसे हल किया।



PEER EVALUATION

हर छात्र को एक स्टिकर/टोकन दें। प्रश्न: “आपको कौन-सा समूह सबसे अच्छी तरह गणित समझाते हुए और मिलकर काम करता दिखा?” विजेता समूह की सराहना करें।

निष्कर्ष और कक्षा प्रतिबिंब (Reflection)

इस हफ्ते आपने कौन-सी एक विधि सीखी? समूह में काम करने से समस्या हल करने में कैसे मदद मिली?

इस हफ्ते मैंने एक चुनौती यह पार की...

अब मैं वर्गमूल और घनमूल को समझ पा रहा/रही हूँ क्योंकि...

FINAL TEACHER NOTE: प्रोजेक्ट की समाप्ति के बाद छात्रों को पाठ्य पुस्तक में दिए गए प्रश्नों को व्यक्तिगत रूप से हल करने का निर्देश दें, ताकि उनके सैद्धांतिक ज्ञान की पुष्टि हो सके। (QR कोड स्कैन करके गूगल फॉर्म भरें)।